

JS032A 项目结题报告

项目名称： 数学教育专业主干课程教学内容和课程体系的研究与实践
批准号： JS032A
执行年限： 1998-2000
项目组成员： 王昆扬（负责人）、刘继志、郇中丹、高红铸、王幼宁、郝炳新、黄惟明、惠昌常、张英伯、保继光、

一、项目的目标及指导思想

本项目的目标是通过对于大学数学系主干课程的改革的历史、现状进行调查研究，在充分研讨、论证的基础上，对于数学系本科主干课程的内容和教学体系进行改进，写出有特色的新教材，并在本科生中试讲。

数学分析一直是大学数学系教学改革的目标，历经几十年，现在仍然在改。本项目密切结合教学实践，重点对于数学分析课程的改革进行了深入的研究，同时也对微分几何课程内容的改革进行了探讨。经过深入研究我们形成了如下的见解，并用以指导我们的改革实践。

- (1) 基础课教材的内容应该适应科学技术的发展,坚持高的学术水平。马克思的观点,“在科学上面没有平坦的道路可走” 仍然是值得相信的。改革绝不是为了回避困难、掩盖困难。大学数学系的教学改革的目的是为了培养适应社会多方面的需要的、各种类型的高水平人才;师范大学更要注意培养高素质的教育、教学人才。
- (2) 基础课教材的内容应该适于贯彻因材施教的方针。随着高等教育的不断发展,考入大学的学生的基础水平的差异变大了。这种差异,不仅表现在不同的学校之间,而且也明显地表现在同一个学校、同一个班级的学生之间。这就要求在教学中特别要注意贯彻因材施教的方针。在教材的设计上,要兼顾到各类学生的不同需求和不同的接受能力。对于能力差的,不要提不切实际的高要求。对于能力强的要鼓励他们“冒尖”。让学得好的带动学的不太好的。
- (3) 基于上述观点,我们在编教材时,尽力做到内容的现代化、知识含量大、叙述严格简洁。决不回避以往被认为是困难,然而事实上是很重要的内容;也不回避不同学科之间的联系,甚至有意识地引导学生做学科的延拓。对于不同的学生提不同的学习要求。在规定出容易达到的基本标准求的同时,给学生提供充分的发展余地。

二、已发表的教改论文

二、已发表的教改论文

- [1] 王昆扬, 关于 Riemann 积分理论的本质缺陷及以 Lebesgue 积分取代之的看法, 数学教育学报, 8 (1999)No. 3, 95-98.
- [2] 王昆扬, 怎样讲实数理论, 高等数学研究, 专集, 1999, 1-5
- [3] 郇中丹, 对师范大学本科数学专业《数学分析》课程改革的几点意见, 数学教育学报,

三、已完成的新教材

王昆扬:《简明数学分析》(正在申报作为面向 21 世纪教材出版)

这本书注重知识的系统性、严格性和学生认识的连贯性, 在许多方面打破了传统, 或者说有明显特色。下面简单地说一说在哪些方面打破了传统, 有什么道理。

(1) 对于刚上大学的学生, 在第一章中就**严格地讲授实数的定义**。这是因为学生们早已在初中二年级就已经知道“无限不循环小数是无理数”, “有理数和无理数统称为实数”。要讲清“无限不循环小数是无理数”及“无限循环小数是有理数”, 必须引入极限的概念。我们分析了以往大多数数学分析课本对于实数概念的讲法. 感到常用的Dedekind方法, 即使是对于高年级学生, 也是费解的。而且这种分割的方法, 要用到有理数之间有大小关系这一特殊性质, 不能推广应用于一般距离空间的完备化。我们承袭学生从初中就已接受的认识, 着力用极限的观点把这个概念讲解清楚。即使部分学生一时理解不透, 以后在学泛函分析, 遇到距离空间的完备化的时候, 认识也必有一大提高。这可以说是这本书的第一个“打破常规”的地方。

(2) 实数讲清楚了, 往下逻辑上很顺畅. 我们没有等到后面单独讲授级数理论的时才遇到 Σ 。事实上, 学生们在中学早就知道等差级数和等比级数了。讲完数列的极限, 级数的概念就自然出来了. 这样, 第二个打破常规之处就是毫不犹豫地定义函数

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k \quad x \in \mathbb{R}$$

并把 $f(1)$ 记作 e , 把 $f(x)$ 记作 e^x 。给学生们讲清楚这就是他们在中学就知道的**指数函数**。学生们早就熟悉这个函数的各种性质了. 但是, 不使用极限概念, 就不可能真正理解这个函数。以往常用 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + x/n)^n$ 来定义 $f(x)$, 很不直截了当, 显得过于技巧化, 不如以其作为习题。

有的教科书中害怕一开始就严格引入指数函数的定义, 就象害怕引入实数定义一样, 结果是不

得不做许多繁琐的不严格的描述。

(3) 第三个打破常规之处,是把**单变量和多变量一块儿讲**。目的有二。其一,强化学生对于多变量函数的认识。现代科学技术的发展对于多变量函数的理论的需求越来越高。针对以往对于多变量理论的讲述不够充分及把单变量和多变量分开讲的负面效果,尝试把单变量理论与多变量理论统一起来讲是有益的。何况学生们在中学阶段的学习中已经与一元初等函数打了6年的交道,有了接受多元函数概念的基础。这是主要目的。其二,节约了大量篇幅。当然,在讲多元函数的导数时,一方面要把一元函数作为特例同时也是最基本的情况讲透彻,同时又要强调多元与一元确有本质上不同的地方,不可一概把多元情形看成是一元情形的简单推广。接着,要花些力气把多维空间之间的变换,特别是可导变换的概念讲清楚,这将是多元积分变量替换的理论基础。也是偏微分方程论等课程中不可少的基础知识。

(4) 第四个打破常规之处,就是**用Lebesgue积分取代Riemann积分**。数学分析包括微分学和积分学两部分。现有教材在积分学部分都以Riemann积分理论为内容。Riemann积分是19世纪创立的理论,是有缺陷的理论。20世纪创立的Lebesgue积分理论克服了Riemann积分的缺陷,是完备的理论。关于用Lebesgue积分取代Riemann积分的必要性,在论文[1]中作了专门的论述。Riemann积分的本质缺陷是不承认 σ 可加性,而这恰是Lebesgue积分论的出发点。我们赞成J. Dieudonne的下述观点(J. 迪厄多内,《现代分析基础》第一卷,科学出版社,1982,159页):

“... 这里明显地没有微积分教程中一个古老的题目,即‘黎曼积分’。人们大概会感觉到:如果不是它的有权威的名字,它老早就该没落下去了,因为对于任何一位从事研究工作的数学家来说(带着对黎曼天才的应有尊敬),十分清楚,现今这一‘理论’的重要性在测度与积分的一般理论中,最多不过是一普通的有趣的练习(参看13.9问题7)。只有那种学究传统的顽固保守主义才会把它冻结成课程的正规部分,长时间以后必将失去它的历史重要性。”

传统的作法是在大学一年级讲Riemann积分,在三年级再讲授Lebesgue理论。这种做法,少说也历时50年了。过去人们常认为Lebesgue积分比较难,怕学生难于接受。这种担心的基本根据,是以往(三年级)的实变函数论课(其实就是Lebesgue积分论课)常让人觉得又难教又难学。其实,这可能正是Riemann积分和Lebesgue积分分家的副作用。我们要做的是通过实践把原以为困难的东西设法化解为易于为多数学生接受的东西。最近的实践可以说明,在走向新世纪的历史时刻,打破传统的作法,用Lebesgue积分取代Riemann积分不但是理所应当的,而且是完全可能的。这实际上是数学基础知识系统和基础课程内容体系自身的一项新陈代谢。世界上,第一个明确指出这项新陈代谢工作的重要性的,或许就是J. Dieudonne。我国也有些人提出了类似的主张。然而,不同意见还很多。全世界真正把这项新陈代谢工作付诸实践的还很少见。

(5) 对于求原函数(不定积分)的技巧部分,做了适当压缩,并加入使用计算机的练习。

(6) “参变积分”理论不再单列一章,而是作为积分论的一节;“数项级数”也不单列一章。适当减少同样内容的重复,节奏紧一点,腾出时间让学生主动发挥。

(7) 注意与后续课程的衔接,不躲避相关学科的重要概念。例如,对于Euclid空间的基本拓扑概念,作触类旁通的介绍,对于学生将来进一步学习其它学科,树立数学的整体概念是有

好处的。在讲幂级数的时候，扩展到复数域去讲，实在是举手之劳，却能为与解析函数论的沟通预做准备。

四、《简明数学分析》的教学实践

《简明数学分析》共五章，第一章，极限 \circ 实数 \circ 函数；第二章，微分学；第三章，积分学；第四章，级数；第五章，流形上的积分。

第一稿写成于1999年3月，用作北京师范大学数学系1999级1班学生的教材。这个班学生43人。

教学进度、效果及学生的评价：1999年9月至2000年1月（第一学期），完成第一章和第二章；2000年2月至7月（第二学期）学完第三章；2000年9月至2001年1月（第三学期）学完最后两章。目前已学完第四章。第一学期，有三人不及格，第二学期有一人不及格。成绩优秀的占四分之一。学生对本课程教学的评价：第一学期（百分制）96.6分，第二学期（五分制）4.9分。

《简明数学分析》一书在一年多的教学实践中不断修改，现已完成了第二稿。

附件：1、第一学年两个学期期末考试题；

2、第一学年两个学期学生对于教学的评价。

教学方式的改进：从第二学期的后半段（2000年5月）开始，使用讨论班的方式，进行了9个专题的讨论。这9个专题是

(1) Stirling 公式（张杰铭同学主讲），(2) Euler 常数（李莹莹同学主讲），(3) Cantor 集和 Cantor 函数（廖丹同学主讲），(4) Peano 曲线（林海波同学主讲），(5) 周期3 蕴含混沌（贺丽珍同学主讲），(6) 分布函数和 Stieljes 积分（黄宏伟同学主讲），(7) 单调函数的导数（郭沁苗同学主讲），(8) Gamma 函数, Wallis 公式（罗德建同学主讲），(9) 计算积分的 Simpson 公式（车晓佳同学主讲）。讨论班的主讲人是同学们自己报名确定的。学生们积极性很高，自己查阅文献，做出笔记，认真讲解。大多数同学都讲得很好，出乎教师的预料，而且对于教师也时一大鼓舞。目前缺点是，非主讲同学参与讨论不够，还需在讨论前适当加强准备。

从第三学期开始，讨论班继续进行。目前已讲了三个专题：(1) Manifolds（方明同学主讲），(2) Inverse function theorems（张玮同学主讲），(3) ζ 函数在偶数点的值（李晓琛同学主讲）。前两讲的材料取自英文版的教科书，Functions of several variables（Fleming 著）。这两个专题，目的在于复习一年级学过的微分学中的重要内容，为这学期的第五章，流形上的积分做准备；也培养学生阅读英文数学数的能力。学生不仅能讲清楚，而且在教师启发之下发现了书中重要定理的证明的严重错误。这学期往下的讨论班内容安排是：

(4) 《函数构造论导引》（托德著，以下简称《构造引论》）第一章（牟锐同学主讲），(5) 《构造引论》第二章（魏炜同学主讲），(6) 《构造引论》第三章（马祖强同学主讲），

(7)《构造引论》第四章(程 竹同学主讲)，(8)《构造引论》第五章(吴夏光同学主讲)，(9)《构造引论》第六章(潘圣林同学主讲)，(10)《构造引论》第七章(张 勇同学主讲)(11)《构造引论》第八章(曹光升同学主讲)，(12)《构造引论》第九章(黄弈顶同学主讲)。

学生们主动提出要求创办“**数学分析电子杂志**”。此事目前正在筹划中。

五、微分几何课程的改革

这部分工作由王幼宁、刘继志同志分工负责。主要工作是编写新教材《微分几何讲义》。目前全部打印稿已经完成，即将进一步修订并申请列入正式出版计划。去年底已打印出两章，供“整体微分几何”选修课试用并修改；其余部分也已完成，且已于上个学期试用并修改，现可作为讲义使用。

从学生的接受状况以及其它反馈信息综合来看，在内容和结构上能够基本符合教改精神和我系的新教学计划对于微分几何课程的要求。在具体的教学技术手段上，多媒体实验也取得了许多有益的经验，明确了可以进一步努力的方向。

编写指导思想

根据我系新的教学计划和教学改革的精神，参考教育部有关高等教育和初等教育改革的相关课题的研究成果，按照教研室同事之间多次讨论所达成的共识，在微分几何课程的教材建设中应该遵循下列指导思想：加强几何直观及特色，强化几何量的概念，使学生对于微分几何学有一个较为完整的初步认识，为学生以后学习现代数学、现代物理学以及其他与几何密切相关的应用学科提供良好条件；完善课程自身的思想体系，在代数、分析和几何学思想的融合方面加以强调，在几何学和其他学科的科学思想的融合方面做出努力，初步反映出近几十年来几何学的迅猛发展以及与其它学科的相互影响和相互推动作用，初步反映出它对新技术的促进和推动作用；强调几何的客观实在性，培养学生对几何内在性质的洞察力，加强应用性训练。

与原有微分几何内容结构相比的调整取向

强调几何对象的客观属性和几何直观；强调内蕴几何；加强整体观念。反复强调以下两点：第一，从定性的几何特征出发，如何运用分析或代数的工具建立起定量的描述，这实际上是一个数学建模的过程；第二，从一个几何对象的定量描述中，如何运用分析或代数的工具研究其只依赖于几何特征的量。

要使学生掌握经典微分几何学的基本知识、理论框架和基本方法，使其接触和了解近代微分几何学的某些基本思想观念和相应的基本方法；使其具备利用微分几何概念和方法解决问题的初步能力，加强其几何直观和图形想象的能力以及从具体到抽象的能力；启发和加强其融合并且综合运用几何、分析、代数等数学分支以及计算机科学、物理学等其它科学学科知识或技能的初步能力；同时，为其正确和直观了解空间形式和空间形式中的几何学奠定基

础，为其全面了解数学理论和数学的应用价值提供必要条件。

要使学生初步掌握整体微分几何学的基本知识和基本方法，使其初步理解整体微分几何学的某些基本思想观念和进一步的方法；使其能够体会大范围几何直观的指导意义，能够观察到局部和整体几何性质的联系和区别，能够合理利用几何直观和图形想象的能力以及从具体到抽象的能力解决若干初步问题；启发和加强其综合运用拓扑、分析、代数等数学分支的知识或技能来处理整体几何问题的能力；同时，为其进一步了解微分流形理论和 Riemann 几何学做出直观而具体的准备，为其较好地理解现代微分几何及其在其他自然科学和数学分支中的作用奠定基础。

新教材中的具体内容调整及其说明

借鉴、参考国内外多种教材的选材，结合培养目标，按照编写指导思想在下列方面进行了适当处理：

① 将标架场的语言列为必备知识，用标架场的语言和几何不变量的思想贯穿教材全程，合理强调基于标架场及其运动公式的活动标架法所具有的理论地位并展示其实际作用，为更进一步的代数工具的运用提供背景；

② 强调几何对象参数化的深层次意义，详尽解释曲线和曲面的概念，自然过渡到整体抽象曲面，为微分流形提供背景；

③ 强调较深层次分析工具和几何思想的融合，合理解释逼近手段和逼近方法的一般性；

④ 在一些经典的特殊对象上，强调几何直观对于严密论证的启发；

⑤ 用 Weingarten 变换的观点处理法曲率和主曲率，结合矩阵表示来简明地论证并提供计算方法；

⑥ 加强了测地线几何，深化对于指数映射的了解；

⑦ 针对教学对象的特点，强调非欧几何模型及其抽象化对于空间观的影响；

⑧ 详尽阐述平移概念，为联络理论提供直观背景；

⑨ 关于整体部分的许多经典定理的证明，提供了较为直观的阐述；

⑩ 深入讨论一些整体概念和整体方法，为理科基地建设提供配套微分几何教学内容。

六、今后的工作

(1) **巩固已有成果** 在北京师范大学数学系继续使用《简明数学分析》，继续办好本科生讨论班。通过使用新编《微分几何讲义》教材，在教学中进一步修订完善。

(2) **考虑编写与《简明数学分析》配套的《实变函数论》教材。**

(3) **筹划高等代数课程内容的改革**（目前的教材内容少，深度不够）。

(4) **创办数学基础课电子杂志** 充分利用计算机网络辅助教学。

(5) **鼓励、指导本科生撰写小论文**。

(6) **启动“培养高素质数学人才的研究与实践”项目**（此项目已被教育部列为‘自筹款’教改研究项目）

1999——2000 学年第一学期学生评价结果

数学系：王昆扬 《数学分析》 学生所在系：数学系 参评学生数： 39

第一部分：

1.热爱教学工作，有责任感	平均分=	4.9	标准差=	0.36
2.注意更新教学内容，反映学科前沿和最新成果	平均分=	4.8	标准差=	0.48
3.教学表达清楚	平均分=	4.7	标准差=	0.60
4.教学重点、难点突出	平均分=	4.8	标准差=	0.51
5.授课时能恰当地选择实例，联系实际	平均分=	4.7	标准差=	0.58
6.教学方法灵活多样	平均分=	4.8	标准差=	0.51
7.合理有效地使用教学手段	平均分=	4.8	标准差=	0.48
8.激发学生的学习兴趣 and 主动性	平均分=	4.8	标准差=	0.48
9.培养学生分析问题、解决问题的能力	平均分=	4.8	标准差=	0.48
10.培养学生的创新意识和创造力	平均分=	4.8	标准差=	0.42
11.鼓励学生参与教学	平均分=	4.8	标准差=	0.42
12.重视与学生交流	平均分=	4.8	标准差=	0.42
13.给予学生学习方法的指导	平均分=	4.7	标准差=	0.51
14.对学生的作业或考试提供有价值的反馈	平均分=	4.8	标准差=	0.51
15.因材施教	平均分=	4.8	标准差=	0.51
16.对学生进行学风教育	平均分=	4.8	标准差=	0.45
17.教师有自己的教学风格 and 特点	平均分=	4.8	标准差=	0.42
18.通过数学,学生的知识和能力得到提高	平均分=	4.8	标准差=	0.45
19.通过教学，学生的自学能力得到提高	平均分=	4.7	标准差=	0.51
20.通过教学，学生对本学科的兴趣得到提高	平均分=	4.7	标准差=	0.28
21. 你对该教师教学的总体评价是：	平均分=	4.8	标准差=	0.83
平均总分=96.6 标准差=4.21				

第二部分：

1.学生预测考试成绩：

①非常差—2.6%，②较差—2.6%，③中等—25.6%，④较好—38.5%，⑤非常好—5.1%

2. 优点：认真负责(5人)，利用课外时间给学生辅导(1人)，知识系统化，实用性(1人)；手段多样(1人)，热情，和蔼；可亲，幽默(7人)，鼓励学生参与教学(1人)，耐心(2人)，知识丰富，敢于创新(3人)；敬业(1人)，能因材施教(1人)，注重师生交流(2人)，调动学生的积极性(1人)，培养学生分析，解决问题的能力(2人)。

3.建议：没有提高学生对数学的兴趣(1人),重点不突出(1人)，层次不分明(1人)，例题太少(2人)，讲解更不详尽(1人)。

课程名称：数学分析（1999—2000 学年第二学期）

课程类别：专业必修课 学生院系： 99 级数学 应评人数： 43 有效份数： 44

教师姓名：王昆扬 教师单位： 数学系 教师职称： 教授

【评估成绩】

评估细目	平均分	标准差
1—1. 你对教师教学的总体评价	4. 91	0. 29
1—2. 你对本课程的总体评价	4. 77	0. 42
2—1. 教师对教学工作认真负责	4. 95	0. 21
2—2. 教师教学表达清楚	4. 91	0. 29
2—3. 教师教学重点、难点突出	4. 86	0. 34
2—4. 教师使用教学辅助手段	4. 61	0. 57
2—5. 教师激发学生的学习兴趣 and 主动性	4. 82	0. 44
2—6. 教师给予学生学习方法的指导	4. 66	0. 47
2—7. 教师培养学生分析问题、解决问题的能力	4. 86	0. 34
2—8. 教师重视与学生交统	4. 91	0. 29
2—9. 教师有自己的教学风格 and 特点	4. 93	0. 33
2—10. 通过教学，学生的能力得到提高	4. 73	0. 45
3—1. 本课程内容的深度	1. 75	0. 68
3—2. 本课程的负担	2. 05	0. 60
3—3. 本课程对你的重要性	1. 27	0. 45
3—4. 你对本课程的兴趣	2. 20	1. 04

【学生意见】

1. 你认为该教师教学的突出优点是什么：

工作认真负责(16 人)，内容丰富(2 人)，严谨(3 人)，仔细；学术水平高，教学方法好，有个人教学风格(2 人)，注重能力培养(3 人)，因材施教(7 人)，照顾全体学生，方法多样，调动学生积极性(6 人)，有活力，生动(2 人)，有深度，注重与学生交流(8 人)

2. 你认为该教师的教学有哪些需要改进的地方：

多讲些例题(5 人)，增加一股习题的讲解，多讲些基础知识，增强由基础到深入的连接过程，降低难度(2 人)，少说些“平庸”，针对不同水平施教，讲课再艺术点，放慢进程，有的内容讲的过于简明，多举应用性实例，多画图、变抽象为直观

3. 你从本课程所得的最大收获是什么：

增长知识(5 人)，数学方法技巧，思维方法(4 人)，查资料的本领，基本数学思想，会初步计算，提高数学能力(6 人)，发展创新思维，兴趣提高(5 人)，提高数学修养，分析问题的能力(4 人)，自学能力提高，老师好有耐心、我学会了我使劲钻不懂的事物

4. 你对本课程的希望和建议： 多讲些例题，化抽象为具体，更上一层楼，题目容易点，把课程变的容易理解，使课程安排更丰富，使用教学辅助手段(3 人)，能讲一些适合中下水平同学的内容(一元方面，n 元方面)