用二项分布原理分析“每局11分制”对中国乒乓球队的影响

◇ 北京　罗远华

乒乓球被称为中国的“国球”，是一种世界流行的球类体育项目，比赛分团体、单打、双打、混双等数种. 2001年9月1日前比赛以21分为一局，现以11分为一局.比赛通常采用三局两胜、五局三胜、七局四胜.

从第47届世界乒乓球锦标赛开始，国际乒联全面推行了一系列的赛制和规则改革，小球换大球、无遮挡发球、21分制改为11分制、5局3胜制改为7局4胜制等.国际乒联推出这些新规则是为了加快比赛节奏，同时便于电视转播.按国际乒联主席沙拉拉的话说，改革的目的是“为了让乒乓球比赛更加好看，更加现代化，更加有吸引力”.因为中国乒乓球队是一支王者之师，每一次赛制和规则改革势必对中国队造成很大的影响.自从1988年汉城奥运会乒乓球首次正式成为比赛项目以来，中国队几乎完全垄断了这一项目的金牌，其中已产生的8枚女子项目金牌中中国队独揽7枚；男子比赛中6次摘金.那么国际乒联的这些改革措施会影响中国兵乒球队的成绩吗？经实践证明，小球换大球、无遮挡发球这两项改革措施对中国队的影响并不明显.那么每局21分制改为11分制后，对中国兵乒球队有多大的影响呢？

下面就用概率中的二项分布原理来进行探讨.

我们可以利用二项分布概率模型来研究这个问题.先假设有甲和乙两个乒乓球运动员，甲每球得分的概率为$p(0<p<1)$，乙每球得分的概率为$1-p$.

我们先考虑21分制，甲获胜的可能为21∶0，21∶1，21∶2，…，21∶19，21∶20（根据规则，20平后，先多得2分的一方为胜方，经计算：甲22∶20获胜(A_1)的概率为0.031，甲23∶21获胜(A_2)的概率为0.015，甲24∶22获胜(A_3)的概率为0.008，$P(A_1+A_2+A_3)=0.031+0.015+0.008=0.054$，而甲21∶20获胜的概率为0.056，两者非常接近，为方便计算，20平后，21∶20算胜方）.

设甲21∶0获胜的概率为P_1，甲21∶1获胜的概率为P_2，甲21∶2获胜的概率为P_3，…，甲21∶20获胜的概率为P_{21}，如表1所示.

表1

P_1	p^{21}	$(0.55)^{21}$（这一列都是$p=0.55$时的概率）
P_2	$[C_{21}^{20}\cdot p^{20}\cdot(1-p)]\cdot p=C_{21}^{20}\cdot(1-p)\cdot p^{21}$	$[C_{21}^{20}\times0.55^{20}\times(1-0.55)]\times0.55=C_{21}^{20}\times(1-0.55)\times0.55^{21}$
P_3	$[C_{22}^{20}\cdot p^{20}\cdot(1-p)^2]\cdot p=C_{22}^{20}\cdot(1-p)^2\cdot p^{21}$	$[C_{22}^{20}\times0.55^{20}\times(1-0.55)^2]\times0.55=C_{22}^{20}\times(1-0.55)^2\times0.55^{21}$
…	…	…
P_{21}	$[C_{40}^{20}\cdot p^{20}\cdot(1-p)^{20}]\cdot p=C_{40}^{20}\cdot(1-p)^{20}\cdot p^{21}$	$[C_{40}^{20}\times0.55^{20}\times(1-0.55)^{20}]\times0.55=C_{40}^{20}\times(1-0.55)^{20}\times0.55^{21}$

甲获胜的概率$P=P_1+P_2+P_3+\cdots+P_{21}=[1+C_{21}^{20}\cdot(1-p)+C_{22}^{20}\cdot(1-p)^2+\cdots+C_{40}^{20}\cdot(1-p)^{20}]\cdot p^{21}$.

当$p=0.55$时，甲获胜的概率为$[1+C_{21}^{20}\times0.45+C_{22}^{20}\times(0.45)^2+\cdots+C_{40}^{20}\times(0.45)^{20}]\times(0.55)^{21}=[1+21\times0.45+231\times(0.45)^2+\cdots+137\ 846\ 528\ 820\times(0.45)^{20}]\times(0.55)^{21}\approx209\ 938.241\ 89\times(0.55)^{21}\approx0.740\ 81\approx0.74$，即当甲运动员每球得分的概率是0.55时，那么21分制下他每局获胜的概率约等于0.74.

甲获胜的概率P是以p为自变量的函数，如图1所示.

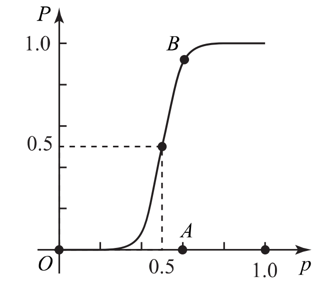

图1

由图可知，甲获胜的概率P是增函数，且当$p=0.5$时，$P=0.5$，即当甲、乙水平相当时，甲获胜的概率是0.5，当$p<0.2$时，$P\to0$，即甲获胜是小概率事件，当$p>0.8$时，$P\to1$，即甲获胜是大概率事件.

我们再考虑11分制，甲获胜的可能为11∶0，11∶1，11∶2，…，11∶9，11∶10（根据规则，10平后，先多得2分的一方为胜方，为方便计算，10平后，11∶10算胜方）.

设甲11∶0获胜的概率为P_1，甲11∶1获胜的概率为P_2，甲11∶2获胜的概率为P_3，…，甲11∶10获胜的概率为P_{11}，如表2所示.

甲获胜的概率$P=P_1+P_2+P_3+\cdots+P_{11}=[1+C_{11}^{10}\cdot(1-p)+C_{12}^{10}\cdot(1-p)^2+\cdots+C_{20}^{10}\cdot(1-p)^{10}]\cdot p^{11}$.

当$p=0.55$时，甲获胜的概率约等于0.68，即当甲运动员每球得分的概率是0.55时，那么11分制下他每局获胜的概率约等于0.68，11分制与21分制每局甲获胜的概率P的差值约等于-0.06，即水平高的运动员在11分制下获胜的概率下降了，也就是水平

低的运动员获胜的概率增加了.

表 2

P_1	p^{11}	$(0.55)^{11}$(这一列都是 $p=0.55$ 时的概率)
P_2	$[C_{11}^{10}\cdot p^{10}\cdot(1-p)]\cdot p=C_{11}^{10}\cdot(1-p)\cdot p^{11}$	$[C_{11}^{10}\times(0.55)^{10}\times(1-0.55)]\times 0.55=C_{11}^{10}\times(0.45)\times(0.55)^{11}$
P_3	$[C_{12}^{10}\cdot p^{10}\cdot(1-p)^2]\cdot p=C_{12}^{10}\cdot(1-p)^2\cdot p^{11}$	$[C_{12}^{10}\times(0.55)^{10}\times(1-0.55)^2]\times 0.55=C_{12}^{10}\times(0.45)^2\times(0.55)^{11}$
…	…	…
P_{11}	$[C_{20}^{10}\cdot p^{10}\cdot(1-p)^{10}]\cdot p=C_{20}^{10}\cdot(1-p)^{10}\cdot p^{11}$	$[C_{20}^{10}\times(0.55)^{10}\times(1-0.55)^{10}]\times 0.55=C_{20}^{10}\times(0.45^{10})\times(0.55)^{11}$

甲获胜的概率 P 是以 p 为自变量的函数,如图 2 所示.

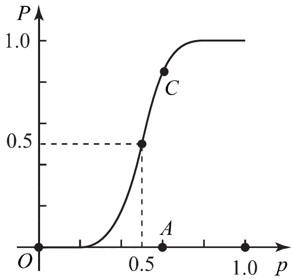

图 2

由图可知,11 分制下甲获胜的概率 P 也是增函数,且当 $p=0.5$ 时,$P=0.5$,即当甲、乙水平相当时,甲获胜的概率是 0.5,当 $p<0.2$ 时,$P\to 0$,即甲获胜是小概率事件,当 $p>0.8$ 时,$P\to 1$,即甲获胜是大概率事件.

由图 3 对比分析可知,不管是 21 分制还是 11 分制,甲获胜的概率有如下特点.当 $p=0.5$ 时,$P=0.5$,即当甲、乙水平相当时,甲获胜的概率都是 0.5,即甲、乙势均力敌;当 $p<0.2$ 时,$P\to 0$,即甲获胜都是小概率事件,即每局比赛中,低水平运动员获胜都是小概率事件;当 $p>0.8$ 时,$P\to 1$,即甲获胜都是大概率事件,即每局比赛中,高水平运动员获胜都是大概率事件.

但当 $0.2<p<0.5$ 时,每局比赛中,水平较低的运动员在 11 分制下获胜的概率要大于 21 分制下获胜的概率.当 $0.5<p<0.8$ 时,每局比赛中,水平较高的运动员在 11 分制下获胜的概率要小于 21 分制下获胜的概率.总而言之,在 11 分制下,每局比赛中,水平较低的运动员获胜的概率都变大了,这就使得在每局比赛中,水平较低的运动员爆冷的机会增大.

图 4 是以 p 为自变量,11 分制与 21 分制每局甲获胜的概率 P 的差值的函数图象.由图 4 分析可知,当 $p<0.2$ 或 $p>0.8$ 时,差值$\to 0$,即不管是 21 分制还是 11 分制,甲获胜的概率相差不大.当 $p=0.41$ 时,差值最大约等于 0.079,即 11 分制对甲每局获胜的影响最大.

乒乓球由每局 21 分制改为每局 11 分制后,相应

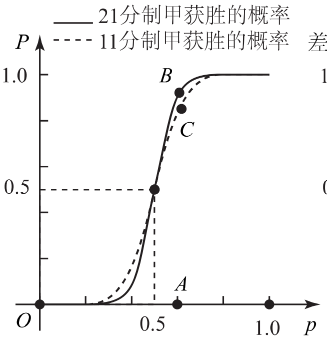

图 3

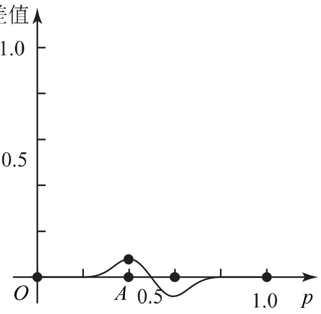

图 4

的原来每场 5 局 3 胜制改为每场 7 局 4 胜制,我们再来研究甲和乙两个乒乓球运动员每场获胜的概率分别是多少.

我们先考虑 5 局 3 胜制,如表 3 所示,甲获胜的可能为 3∶0,3∶1,3∶2.设甲运动员每局获胜的概率为 r $(0<r<1)$,乙运动员每局获胜的概率为 $1-r$.

表 3

甲 3∶0获胜的概率 P_1	r^3	$(0.74)^3$(这一列都是 $p=0.55,r=0.74$ 时的概率)
甲 3∶1获胜的概率 P_2	$[C_3^2\cdot r^2\cdot(1-r)]\cdot r=C_3^2\cdot(1-r)\cdot r^3$	$[C_3^2\times(0.74)^2\times(1-0.74)]\times 0.74=C_3^2\times(0.26)\times(0.74)^3$
甲 3∶2获胜的概率 P_3	$[C_4^2\cdot r^2\cdot(1-r)^2]\cdot r=C_4^2\cdot(1-r)^2\cdot r^3$	$[C_4^2\times(0.74)^2\times(1-0.74)^2]\times 0.74=C_4^2\times(0.26)^2\times(0.74)^3$

甲每场获胜的概率 $P=P_1+P_2+P_3=[1+C_3^2\cdot(1-r)+C_4^2\cdot(1-r)^2]\cdot r^3$.

当 $p=0.55$ 时,甲获胜的概率约等于 0.89,即若甲运动员每球得分的概率是 0.55,那么甲运动员在 5 局 3 胜制中每场获胜的概率约等于 0.89.

因为甲运动员每局获胜的概率 r 是以每球得分的概率 p 为自变量的函数,甲获胜的概率 P 是以 r 为自变量的函数,所以甲获胜的概率 P 是以 p 为自变量的复合函数.

图 5 所示是甲获胜的概率 P 是以 p 为自变量的函数图象.由图可知,在 5 局 3 胜制中,甲每场获胜的概率 P 是增函数,且当 $p=0.5$,即 $r=0.5$ 时,$P=0.5$,即当甲、乙水平相当时,甲每场获胜的概率是 0.5.

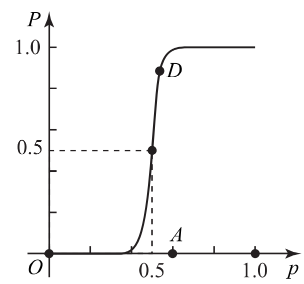

图 5

我们再考虑 7 局 4 胜制,如表 4 所示,甲获胜的可能为 4∶0,4∶1,4∶2,4∶3.设甲运动员每局获胜的概

率为 $s(0<s<1)$，乙运动员每局获胜的概率为 $1-s$.

表 4

甲 4∶0获胜的概率 P_1	s^4	$(0.68)^4$（这一列都是 $p=0.55$，$s=0.68$ 时的概率）
甲 4∶1获胜的概率 P_2	$[C_4^3 \cdot s^3 \cdot (1-s)] \cdot s = C_4^3 \cdot (1-s) \cdot s^4$	$[C_4^3 \times (0.68)^3 \times (1-0.68)] \times 0.68 = C_4^3 \times (0.32) \times (0.68)^4$
甲 4∶2获胜的概率 P_3	$[C_5^3 \cdot s^3 \cdot (1-s)^2] \cdot s = C_5^3 \cdot (1-s)^2 \cdot s^4$	$[C_5^3 \times (0.68)^3 \times (1-0.68)^2] \times 0.68 = C_5^3 \times (0.32)^2 \times (0.68)^4$
甲 4∶3获胜的概率 P_4	$[C_6^3 \cdot s^3 \cdot (1-s)^3] \cdot s = C_6^3 \cdot (1-s)^3 \cdot s^4$	$[C_6^3 \times (0.68)^3 \times (1-0.68)^3] \times 0.68 = C_6^3 \times (0.32)^3 \times (0.68)^4$

甲每场获胜的概率 $P=P_1+P_2+P_3+P_4=[1+C_4^3 \cdot (1-s)+C_5^3 \cdot (1-s)^2+C_6^3 \cdot (1-s)^3] \cdot s^4$.

当 $p=0.55$ 时，甲获胜的概率约等于 0.85，即当甲运动员每球得分的概率是 0.55 时，甲运动员在 7 局 4 胜制中每场获胜的概率约等于 0.85，11 分制与 21 分制每局甲获胜的概率 P 的差值约等于 -0.04，即水平高的运动员在 11 分制下获胜的概率下降了，也就是水平低的运动员获胜的概率增加了.

因为甲运动员每局获胜的概率 s 是以每球得分的概率 p 为自变量的函数，甲获胜的概率 P 是以 s 为自变量的函数，所以甲获胜的概率 P 是以 p 为自变量的复合函数.

图 6 所示是甲获胜的概率 P 以 p 为自变量的函数图象.由图可知，在 7 局 4 胜制中，甲每场获胜的概率 P 是增函数，且当 $p=0.5$，即 $s=0.5$ 时，$P=0.5$，即当甲、乙水平相当时，甲每场获胜的概率是 0.5.

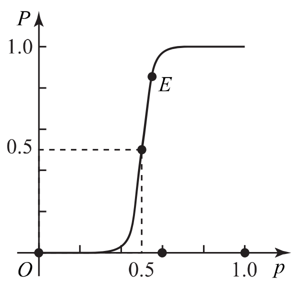

图 6

由图 7 对比分析可知，不管是 5 局 3 胜制还是 7 局 4 胜制，甲获胜的概率有如下特点.当 $p=0.5$ 时，$P=0.5$，即当甲、乙水平相当时，甲每场获胜的概率都是 0.5，即甲、乙势均力敌；当 $p<0.35$ 时，$P\to 0$，即甲获胜都是小概率事件，即低水平运动员获胜都是小概率事件；当 $p>0.7$ 时，$P\to 1$，即甲获胜都是大概率事件，即高水平运动员获胜都是大概率事件.

但当 $0.35<p<0.5$ 时，水平较低的运动员在 7 局 4 胜制下获胜的概率要大于 5 局 3 胜制下获胜的概率，当 $0.5<p<0.7$ 时，水平较高的运动员在 7 局 4 胜制下获胜的概率要小于 5 局 3 胜制下获胜的概率.总而言之，在 7 局 4 胜制下，水平较低的运动员获胜的概率变大了，这就使得在每场比赛中，水平较低的运动员获胜的机会增大.

图 8 是以 p 为自变量，11 分制与 21 分制每场甲获胜的概率 P 的差值的函数图象.由图 8 分析可知，当 $p<0.28$ 或 $p>0.72$ 时，差值$\to 0$，即不管是 21 分制还是 11 分制，甲每场获胜的概率相差不大.当 $p=0.45$ 时，差值最大约等于 0.042，即 11 分制对甲每场获胜的影响最大.并且对比这两个差值（0.079 与 0.042），11 分制对运动员每局获胜的影响要大于每场获胜的影响.

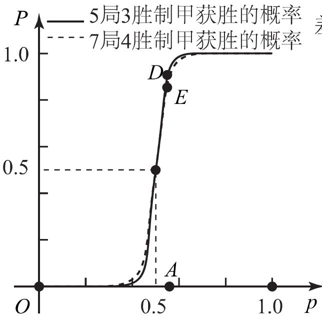

图 7

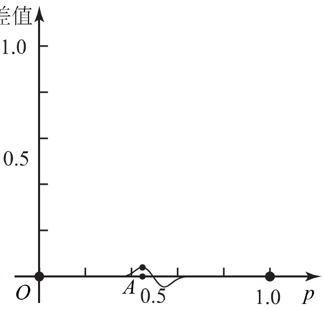

图 8

通过以上分析可知，乒乓球比赛规则由每局 21 分制改为 11 分制，每场 5 局 3 胜制改为 7 局 4 胜制后，每局优秀运动员获胜的概率有所降低，相应水平稍差的运动员获胜的概率增大；每场比赛优秀运动员获胜的概率也有所下降，水平稍差的运动员每场比赛获胜的概率也增大.但优秀运动员获胜的概率还是比水平差的运动员获胜的概率大很多，优秀运动员在比赛中还是占据上风.这一分析与实践中的情况也是比较吻合的，比如在第 47 届世界乒乓球锦标赛上，比赛中出现了许多反败为胜的经典战例.例如邱贻可在 5∶10落后的情况下反超波尔获胜，施拉格在 6∶10 落后的情况下反超王励勤.

因此，乒乓球比赛规则由每局 21 分制改为 11 分制后，会降低中国乒乓球运动员获胜的概率，增加对手获胜的可能性，这也是中国兵乒球队要认真研究的一个问题.为了在赛场上赢得对手，在平时就要刻苦训练，苦练技术，增强自身实力，提高获胜的概率.另外，乒乓球比赛不但比技术，而且还是一个比体力、心理素质、意志品质的舞台.尤其 11 分制下的心理调整和 21 分制下大不一样，紧张程度也增加了不少，这些还需要中国兵乒球队进一步探索.

（作者单位：北京市三里屯一中）