

《房贷周期选择问题》教学设计

【课题分析】

当今社会，在国家强大的经济宏观调控下，中国老百姓过上了丰足的生活，人们的消费观念也慢慢地发生了变化。为了提高自己家庭的生活质量，很多人都选择了超前消费这种模式。在城镇中，对于房子这一重要的刚需，大多数普通家庭都选择了贷款买房。然而，就贷款周期的选择问题，很多人陷入了两难境地，不知如何作出选择。本团队针对这一现实问题，本着不同理念不同选择这一重要数学建模理念，抛出一个现实而有趣的实际问题，让学生就人们的理念进行量化，进而帮助普通大众做出理性选择。

本课题既熟悉又陌生，熟悉是因为大家经历过或听过，陌生是因为迄今为止大部分人在选择方面只是停留在感性认识上。有部分人群可能在数据分析方面比较精通，可以做出比较理性的选择，但就当今中国教育程度而言，普通大众很难接受他们的理论，只能人云亦云了。本团队迫切希望能建构一个容易被普通大众接受的数学模型。

本课题抛给高中生，是因为本团队觉得用高中数学知识来解决这个问题是可行的，高中生建立的数学模型也有可能是合理的，它将会被普通民众所接纳。

本课题的设置具有较强的实用性与趣味性，旨在极大地让高中生能积极地用所学知识去解决生活实际问题。

【学情分析】

当前高二学生已经学习过数列，指数函数，回归分析等重要的处理数据的知识，有少量数学爱好者还会对有关数据使用 `excel` 进行作图。他们完全有能力胜任该课题的研究。

当今高中生在数学建模方面有所不足，平时比较注重知识性的理解，比较侧重于解决已经给定好的数学模型。引导学生自行建立模型这一难题是本团队需要侧重解决的首要问题，本团队将从高中生的学习心理出发，极大地做出鼓动及引导措施。

【教学目标】

1. 培养学生根据问题背景建立合理数学模型解决问题的核心素养；
2. 掌握数学建模的一般流程，培养学生严谨态度，能完整解决问题；
3. 进一步巩固学生的高中数学知识结构。

【教学策略和手段】

启发式教学策略和问题教学策略相结合

【课前准备】调查问卷，数据分析，本团队尽可能多地建立常规理念对应的模型。

【教学过程】

一、开门见山，抛出主题

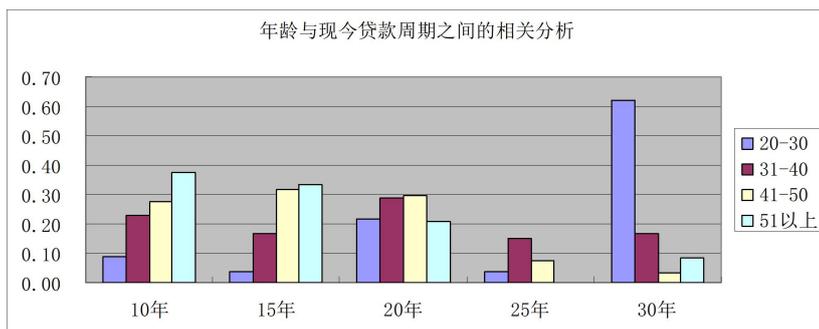
购买房子时，商业贷款周期该如何选择？

设计意图：引用当今社会的现实问题，引发学生的兴趣，让学生联系实际，积极思考。

二、分析现象，引导思考（调查问卷结果分析）

1. 年龄与现今贷款周期之间的相关分析；

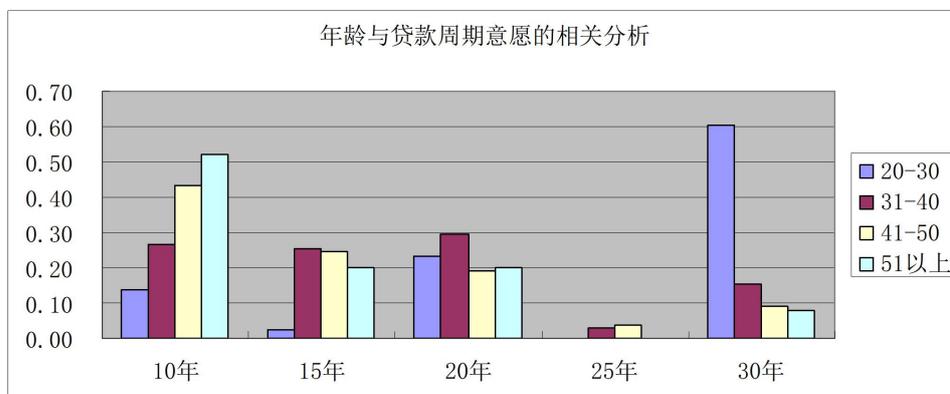
《房贷周期选择问题》教学设计



分析图像得出如下结论

- ① 50 岁以上的现今贷款周期都集中在 10 年、15 年和 20 年这三种周期上，且呈现递减趋势；
- ② 40 岁到 50 岁这一年龄段的贷款周期也是集中在前三个周期里，但 15 年及 20 年居多；
- ③ 30 岁到 40 岁这一年龄段的贷款周期则较均匀分布，20 年居多；
- ④ 20 岁到 30 岁这一年龄段的贷款周期则高度集中在 30 年，20 年次之。

2. 年龄与贷款周期意愿相关分析



分析图像得出如下结论

- ① 40 岁以上的贷款周期意愿呈递减趋势明显，比较喜欢短周期；
- ② 30-40 岁年龄段的贷款周期意愿比较均衡；
- ③ 20-30 岁年龄段的贷款周期意愿明显偏向 30 年；
- ④ 25 年这一周期几乎被忽视。

为什么会出现在这种情况呢？究竟谁的选择比较明智呢？

设计意图：让学生感受到对贷款周期的选择的依据可能是多样的，年龄段不同，理念不同，选择就可能不同，开发学生的思维，极大地增大学生的想象能力。

下面我们设定一个具体背景题目来看看我们将如何分析这些问题。

三、具体发问，问题聚焦

题文：宋先生在买房的时候贷款 80 万，银行提供了两种方案，一是 20 年期，需每月还款 5235.55 元；一是 30 年期，需每月还款 4245.81 元。宋先生当前经济状况一般，除去必备的生活开支外，他能剩余 7000 元，对于两种方案算出来的还款额，他都可以接受，于是他陷入了沉思，哪一种方案好呢？应该考虑哪些因素呢？聪明的你可以给他建议吗？你的理由可以实行量化吗？

设计意图：提供具体背景，具体的数据，减轻高中生负担，让学生有能力且有兴趣利用所学知识进行建模。

四、联系实际，解读课题

对贷款周期做出选择的依据是多元的，每个人的想法都不太一样，就高中生的认知而言，我们必须引导学生忍痛割爱，只留单元，有针对性考虑对贷款周期选择有较普遍影响的某一方向，故而这个课题注定有很多能一定程度解决问题的数学模型。模型没有明显的对错之分，会有接受人群的多与少之分，会有误差大小之分。

1.课题本质：本团队将引导学生做如下考虑：方案的选择取决于考虑的角度，若考虑个体累积付出的金钱的价值的多少，则哪一种方案付出的少选择那一种；若考虑个体累积剩余金钱的价值多少，则哪一种方案剩余的多选择那一种方案。这个应该是普通大众容易接受的，也是高中生能够胜任的模型。必要时可以对该案例采用回归分析，借以说明考虑的元对选择的影响程度的大小。

本团队将引导学生做如下计算：

①考虑付出价值则计算两种不同周期下总还款价值的差值；

②考虑剩余价值则计算两种不同周期下剩余金钱价值的差值；

2.合理假定：①虽然宋先生的收入会发生变化，但一直都有能力偿还贷款；②假设宋先生不考虑提前还款；③假定贷款利息在这三十年间的变化可以忽略不计；④假设宋先生的价值理念一直不会发生改变；⑤假设网络提供的相关数据是客观的；⑥假设这三十年间社会各方面稳步发展。

五、模型介绍，解决问题

方案 1：货币价值

本方案将比较宋先生付出的金钱的“价值”差，其中“价值”定义为“同一时间的人民币的购买力价值”。

1.设宋先生支付给银行的钱款总数分别为 M_1 ， M_2 ；

2.考虑到目前人民币的购买力一直在下降，在价值上随着时间推移，人民币是在不断贬值的，将两种选择下付出的总数额折算到今年的人民币价值来比较；

3.假设人民币的购买力价值在一年中是恒定的，设 x_i 为第 i 年的 1 元人民币折算贴现值；

4.设宋先生支付给银行的钱款折算到今年的人民币价值分别为 S_1 ， S_2 ；

5.对贷款周期的选择取决于哪种周期下支付给银行的金钱的“价值”较少。

解析过程：

第一步：宋先生支付给银行的钱款总数分别为

20 年期： $M_1=5235.55 \times 240=1256532$ 元

30 年期： $M_2=4245.81 \times 360=1528491.6$ 元

30 年期比 20 年期多付 271959.6 元。

第二步：查询数据可知中国 2010—2019 年的年通胀率平均在 2.51% 左右，以此算出未来三十年（2020-2049），1 元人民币折算贴现值（将来的钱，折算到现在）：

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
年份	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029
贴现值 (元)	1.0	0.9755	0.9516	0.9283	0.9055	0.8834	0.8617	0.8406	0.8200	0.7999
序号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

年份	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039
贴现值 (元)	0.7612	0.7426	0.7244	0.7066	0.6893	0.6724	0.6559	0.6412	0.6268	0.6114
序号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
年份	2040	2041	2042	2043	2044	2045	2046	2047	2048	2049
贴现值 (元)	0.5964	0.5818	0.5676	0.5536	0.5401	0.5267	0.5139	0.5014	0.4891	0.4771

第三步：将宋先生支付给银行的钱款折算到今年的人民币价值分别为

$$20\text{年期}：S_1 = \sum_{i=1}^{20} 5235.55 \times 12 \cdot x_i = 992553.5(\text{元})$$

$$30\text{年期}：S_2 = \sum_{i=1}^{30} 4245.81 \times 12 \cdot x_i = 1077328.8(\text{元})$$

第四步：计算“价值”差

$$\Delta S = S_1 - S_2 = -84755.3(\text{元})$$

做出选择的依据： ΔS 为负则选择周期为 20 年， Δ 为正则选择周期 30 年。

结论：故如果我们站在当下，以“付出的金钱价值越少越好”作为选择周期的依据，则数据支持选择 20 年的周期。不过以上数据也表明了 20 年期和 30 年期付出的金钱“价值”差异并没有我们想象的大，想选择 30 年也未尝不可，更有余力余钱规划生活。

结合调查问卷，现在的年轻人可能是感受到了过去几十年物价的飞速上涨，也有可能是偿还能力的限制，又或许他们选择的参照物是一个价格变化更迅猛的商品，普遍倾向于选择长周期，即周期为 30 年的方案。

而年长者虽然能感受到过去三十年经济的飞速发展，但受“追求稳定”及“吃苦耐劳”品质的影响，他们依然会选择先苦后甜的方案，即周期为 20 年的方案。

方案 2：理念是为自己家庭储备稳定财富，比如积累能保值的商品——黄金；

本方案将“剩余金钱的价值”定义为“储备能力”，宋先生将每个月剩余的金钱用作购买黄金，以便保持其经济价值，具体体现为：

1.符号设定：

- ① 从开始还贷款开始，宋先生第 i 个月的收入为 a_i ，生活必须开支为 e_i ， $i=1,2,3, \dots, 360$ ；
- ② 采取贷款周期为 20 年后，从开始还贷款开始，宋先生第 i 个月剩余金钱的“价值”为 b_i ；
- ③ 采取贷款周期为 30 年后，从开始还贷款开始，宋先生第 i 个月剩余金钱的“价值”为 c_i ；
- ④ 个体衡量的“价值”中，周期是 20 年的“价值”为 S_1 ；周期是 30 年的“价值”为 S_2 ，

$$\text{则 } S_1 = \sum_{i=1}^{360} b_i, \quad S_2 = \sum_{i=1}^{360} c_i$$

- ⑤ 贷款周期为 20 年与 30 年的“价值”差为 ΔS ，则 $\Delta S = S_1 - S_2 = \sum_{i=1}^{360} b_i - \sum_{i=1}^{360} c_i = \sum_{i=1}^{360} (b_i - c_i)$

2.选择的依据： ΔS 为正则选择周期为 20 年， Δ 为负则选择周期为 30 年

3.假设宋先生的人生理想是给家庭积累稳定的财富，他会将每个月剩余的金钱都用来买黄金，即 b_i, c_i 为第 i 个月宋先生剩余的钱所购买黄金的数量；

4.为计算方便，假设黄金的价格在一年中是恒定的，设 x_i 为第 i 个月黄金的价格；

5.对贷款周期的选择取决于哪种周期下宋先生购买的黄金总数多；

6. 黄金价格来源于近三十年的黄金价格，有两种计算方式：①利用近三十年的黄金价格进行回归分析，估计未来三十年的黄金价格；②假设现在这件事情发生在三十年前，直接利用这三十年的黄金价格进行计算。

解析过程:

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \text{ 易得: } \Delta S &= S_1 - S_2 = \sum_{i=1}^{360} b_i - \sum_{i=1}^{360} c_i = \sum_{i=1}^{360} (b_i - c_i) \\
 &= \sum_{i=1}^{240} \left(\frac{a_i - e_i - 5235.55}{x_i} - \frac{a_i - e_i - 4245.81}{x_i} \right) + \sum_{i=241}^{360} \left(\frac{a_i - e_i}{x_i} - \frac{a_i - e_i - 4245.81}{x_i} \right) \\
 &= \sum_{i=1}^{240} \frac{-989.74}{x_i} + \sum_{i=241}^{360} \frac{4245.81}{x_i} \quad (\text{按月叠加}) \\
 &= \sum_{i=1}^{20} \frac{-989.74 \times 12}{x_i} + \sum_{i=21}^{30} \frac{4245.81 \times 12}{x_i} \quad (\text{按年叠加}) \\
 &= \sum_{i=1}^{20} \frac{-11876.88}{x_i} + \sum_{i=21}^{30} \frac{50949.72}{x_i}
 \end{aligned}$$

②计算购买黄金的数量

网络提供如下数据

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
时间(年)	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
黄金(元/克)	48	54	62	67	75.51	83	92.72	95.73	89.25	80
序号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
时间(年)	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
黄金(元/克)	77.6	77.48	72.75	80.95	85.52	110	130	170	172	200
序号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
时间(年)	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
黄金(元/克)	220	260	330	360	340	260	250	260	270	260

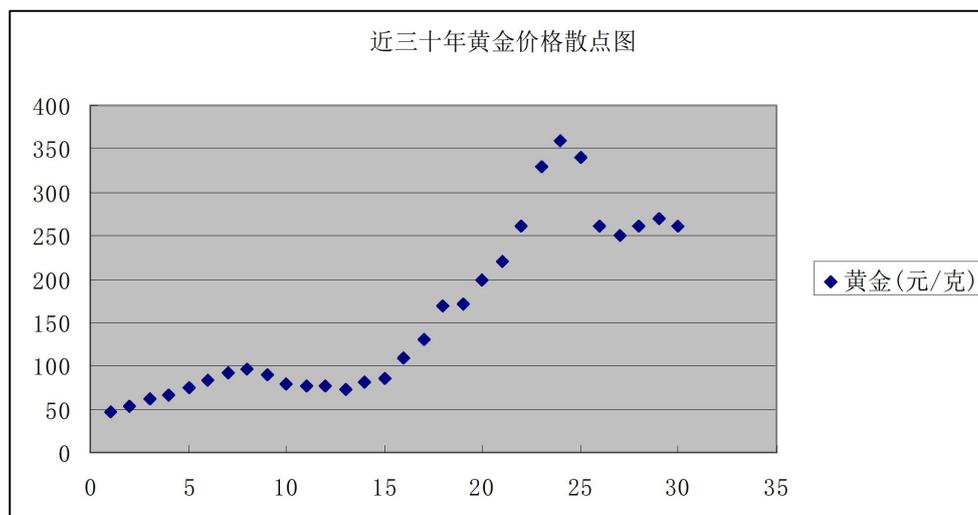
第一种算法(假设事情发生在1989年初)

$$\text{则 } \Delta S = \sum_{i=1}^{20} \frac{-11876.88}{x_i} + \sum_{i=21}^{30} \frac{50949.72}{x_i} = -969.409 \text{ (g)}$$

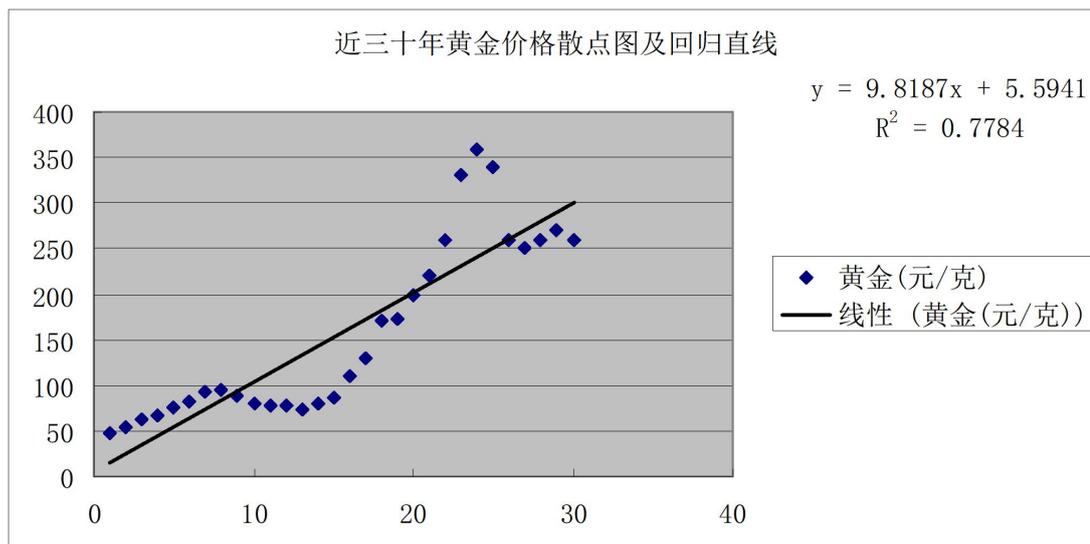
这样选择周期30年会比选择周期20年多买969.409g黄金。

第二中算法(根据前面30年的数据进行模拟,模拟过程利用excle表格)

第一步:画散点图得(横坐标为序号)



第二步:利用excle表格得出线性回归方程及R²(横坐标为序号)



依图可知黄金价格与时间(序号)的关系为 $y = 9.8187x + 5.5941$ ，相关系数为 $R^2 = 0.7784$

可见黄金价格与时间之间线性相关关系是非常强的，数据值得信任。

第三步：根据回归方程利用 excle 表格算出未来三十年（2019-2048）黄金价格

序号	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
时间(年)	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028
黄金(元/克)	309.97	319.79	329.61	339.43	349.25	359.07	368.89	378.70	388.52	398.34
序号	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
时间(年)	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
黄金(元/克)	408.16	417.98	427.80	437.62	447.44	457.25	467.07	476.89	486.71	496.53
序号	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
时间(年)	2039	2040	2041	2042	2043	2044	2045	2046	2047	2048
黄金(元/克)	506.35	516.17	525.99	535.80	545.62	555.44	565.26	575.08	584.90	594.72

第四步：计算“剩余金钱的价值”差

$$\text{则 } \Delta S = \sum_{i=1}^{20} \frac{-11876.88}{x_i} + \sum_{i=21}^{30} \frac{50949.72}{x_i} = 326.80702 \text{ (g)}$$

所以选择周期为 20 年比周期 30 年多买 326.80702g 黄金。之所以出现这种现象应归功于我国强大的经济调控能力，使得黄金价格非常稳定。

故如果以“储备能力”作为选择周期的依据，则有可能选择周期为 20 年的方案。除非出现较大的通货膨胀。

结论：在过去三十年随着经济的飞速发展，货品价格变化较大，在有偿还贷款能力的情况下，贷款周期应选择 30 年比较合理。然而从数据上显示我国的经济调控能力是非常强大的，预计在未来 30 年世界黄金价格不会发生大幅度提高，就“剩余金钱的价值价值”而言，我们选择周期为 20 年会比较合理点。不过就“储备能力”这一依据而言，本团队认为选择 30 年也是合理的，因为在前 20 年帮助的人会多一点。可见现在的年轻人可能是感受到了过去三十年物价的飞速发展而做出的选择，也有可能是偿还能力的限制，又或许他们选择的参照物是一个价格变化更迅猛的商品。而年长者虽然能感受到过去三十年商品价格的飞速发展，

但受“追求稳定”及“吃苦耐劳”这两种品质的影响，他们依然会选择先苦后甜的方案，即周期为20年的方案。

方案3: 理念是做有意义的事情，如慈善；

本方案将“剩余金钱的价值”定义为“慈善能力”，宋先生会将每个月剩余的金钱用作批发大米去救济老家无经济能力的老人。具体体现为：

1.符号设定:

- ① 从开始还贷款开始，宋先生第*i*个月的收入为 a_i ，生活必须开支为 e_i ， $i=1,2,3, \dots, 360$ ；
- ② 采取贷款周期为20年后，从开始还贷款开始，宋先生第*i*个月剩余金钱的“价值”为 b_i ；
- ③ 采取贷款周期为30年后，从开始还贷款开始，宋先生第*i*个月剩余金钱的“价值”为 c_i ；
- ④ 个体衡量的“价值”中，周期是20年的“价值”为 S_1 ；周期是30年的“价值”为 S_2 ，

$$\text{则 } S_1 = \sum_{i=1}^{360} b_i, \quad S_2 = \sum_{i=1}^{360} c_i$$

- ⑤ 贷款周期为20年与30年的“价值”差为 ΔS ，则 $\Delta S = S_1 - S_2 = \sum_{i=1}^{360} b_i - \sum_{i=1}^{360} c_i = \sum_{i=1}^{360} (b_i - c_i)$

2.选择的依据: ΔS 为正则选择周期为20年， Δ 为负则选择周期为30年

3.假设宋先生的人生理想就是帮助更多的人，他会将每个月剩余的金钱都用来批发大米救济老家无经济能力的老人，即 b_i, c_i 为第*i*个月宋先生剩余的钱所购买大米的数量；

4.为计算方便，假设大米的价格在一年中是恒定的，设 x_i 为第*i*个月大米的价格；

5.对贷款周期的选择取决于哪种周期下宋先生购买的大米总数多；

6.大米价格来源于近三十年的大米价格，有两种计算方式：①利用近三十年的大米价格进行回归分析，估计未来三十年的大米价格；②假设现在这件事情发生在三十年前，直接利用这三十年的大米价格进行计算。

解析过程：

$$\begin{aligned} \text{①易得: } \Delta S &= S_1 - S_2 = \sum_{i=1}^{360} b_i - \sum_{i=1}^{360} c_i = \sum_{i=1}^{360} (b_i - c_i) \\ &= \sum_{i=1}^{240} \left(\frac{a_i - e_i - 5235.55}{x_i} - \frac{a_i - e_i - 4245.81}{x_i} \right) + \sum_{i=241}^{360} \left(\frac{a_i - e_i}{x_i} - \frac{a_i - e_i - 4245.81}{x_i} \right) \\ &= \sum_{i=1}^{240} \frac{-989.74}{x_i} + \sum_{i=241}^{360} \frac{4245.81}{x_i} \quad (\text{按月叠加}) \\ &= \sum_{i=1}^{20} \frac{-989.74 \times 12}{x_i} + \sum_{i=21}^{30} \frac{4245.81 \times 12}{x_i} \quad (\text{按年叠加}) \\ &= \sum_{i=1}^{20} \frac{-11876.88}{x_i} + \sum_{i=21}^{30} \frac{50949.72}{x_i} \end{aligned}$$

②计算购买大米的数量

网络提供如下数据

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
时间(年)	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
大米(元/kg)	0.48	0.51	0.51	0.55	0.62	0.89	1.09	1.33	1.48	1.46
序号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
时间(年)	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
大米(元/kg)	1.33	1.13	1.22	1.26	1.3	1.4	1.44	1.45	1.52	1.56
序号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
时间(年)	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
大米(元/kg)	2	2.12	2.72	2.7	2.76	2.8	2.8	2.8	2.75	2.6

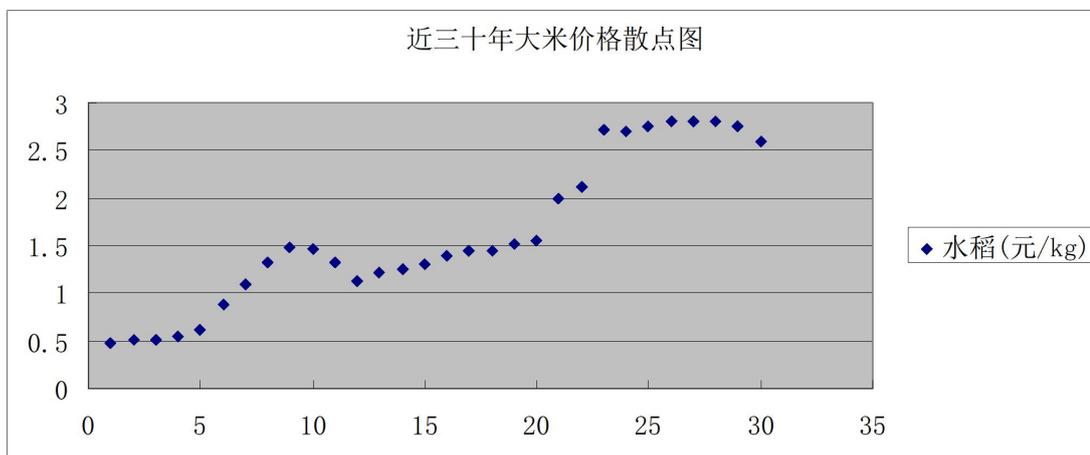
第一种算法（假设事情发生在 1989 年初）

$$\text{则 } \Delta S = \sum_{i=1}^{20} \frac{-11876.88}{x_i} + \sum_{i=21}^{30} \frac{50949.72}{x_i} = -51206.3 \text{ (kg)}$$

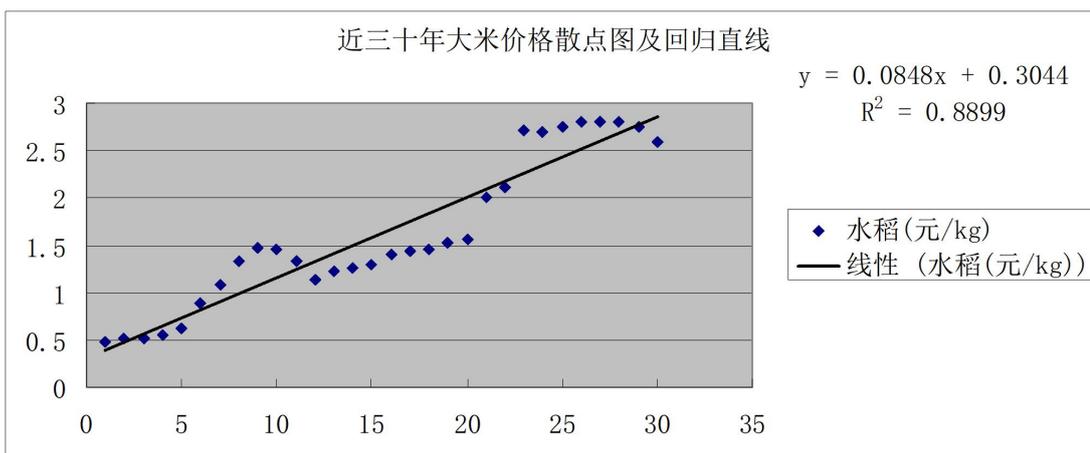
这样选择周期 30 年会比选择周期 20 年多买 51206.3kg 大米。

第二种算法（根据前面 30 年的数据进行模拟，模拟过程充分利用 excle 表格）

第一步：画散点图得（横坐标为序号）



第二步：利用 excle 表格得出线性回归方程及 R²（横坐标为序号）



依图可知大米价格与时间(序号)的关系为 $y = 0.0848x + 0.3044$ ，相关系数为 $R^2 = 0.8899$ 可见大米价格与时间之间线性相关关系是非常强的，数据值得信任。

第三步：根据回归方程利用 excle 表格算出未来三十年（2019-2048）大米价格

序号	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
年份	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028
大米 (元/kg)	2.93	3.02	3.10	3.19	3.27	3.36	3.44	3.53	3.61	3.70
序号	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
年份	2029	2030	2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038
大米 (元/kg)	3.78	3.87	3.95	4.04	4.12	4.21	4.29	4.37	4.46	4.54
序号	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
年份	2039	2040	2041	2042	2043	2044	2045	2046	2047	2048
大米 (元/kg)	4.63	4.71	4.80	4.88	4.97	5.05	5.14	5.22	5.31	5.39

第四步：计算“剩余金钱的价值”差

$$\text{则 } \Delta S = \sum_{i=1}^{20} \frac{-11876.88}{x_i} + \sum_{i=21}^{30} \frac{50949.72}{x_i} = 37266.6294 \text{ (kg)}$$

所以选择周期为 20 年比周期 30 年多买 37266.6294kg 大米。之所以出现这种现象应归功于我国强大的生产力，使得粮食价格非常稳定。

故如果以“慈善能力”作为选择周期的依据，则有可能选择周期为 20 年的方案。除非粮食价格出现比较大的增幅变化。

结论：在过去三十年随着经济的飞速发展，货品价格变化较大，在有偿还贷款能力的情况下，贷款周期应选择 30 年比较合理。然而从数据上显示我国的经济调控能力是非常强大的，预计在未来 30 年我们粮食价格不会发生大幅度提高，就“剩余金钱的价值价值”而言，我们选择周期为 20 年会比较合理点。不过就“慈善能力”这一依据而言，本团队认为选择 30 年也是合理的，因为在前 20 年帮助的人会多一点。可见现在的年轻人可能是感受到了过去三十年物价的飞速发展而做出的选择，也有可能是偿还能力的限制，又或许他们选择的参照物是一个价格变化更迅猛的商品。而年长者虽然能感受到过去三十年商品价格的飞速发展，但受“追求稳定”及“吃苦耐劳”这两种品质的影响，他们依然会选择先苦后甜的方案，即周期为 20 年的方案。

方案 4：储蓄问题

理念：每个月剩余金钱存入银行，的其目的有二：主要在于作为备用资金，以备不时之需；存钱生息，缓和贷款利息。

符号设定： T_n 为第 2051-5n—2055-5n 年期间每年存钱，截止到 2050 年底产生的利息总和，

S_n 为 T_n 的前 n 项和。

预备知识：1、定期存款的存期只有 3 月、6 月、1 年、2 年 3 年及 5 年，调查了 2020 年国内各大银行存款利率表，基本上定期存一年利率 1.75%，两年 2.25%，三年五和年 2.75%，到期则需续存。2、利息计算公式为：利息=本金*年利率*存款期限

合理假定：

1、假设三十年内定期存款利率不变，即存一年，两年，三年和五年利率仍为 1.75%，2.25%，2.75%。2、为了便于计算和理解，假设每年的剩余资金全部累计，于次年年初存入银行，经计算，误差较小。3、假设不计利息税费。

选择的依据：通过两种投资方式 2050 年的贷款利息-存款利息的差值，来比较累积付出的金钱的价值差距大。

实施步骤：

第一步：由方案 2， $a_i - e_i - 5235 - (a_i - e_i - 4245.81) = 989.74$ ， $a_i - e_i - (a_i - e_i - 4245.81) = 4245.81$ ，

则前 20 年，贷款 30 年比贷款 20 年相对多 989.74 元闲钱，每年累计本金 11877 元，可存 20 年，后 10 年，贷款 20 年比贷款 30 年相对多 4245.81 元闲钱，每年累计本金 150949 元，可存 20 年。

第二步：为了追求利息最大化，可做如下操作，对于贷款 30 年的方式，每年存 11877 元，

连续存五年，到期（五年）得本息 $T_1=11877 \cdot (1.75\%) + 11877 \cdot (2.25\%) \cdot 2 + 11877 \cdot (2.75\%) \cdot 3 + (11877 \cdot (2.75\%) \cdot 3 + 11877) \cdot (1.75\%) + 11877 \cdot 5 = 64227$ ，再转存五年得到

$T_2 = (2.75\%) \cdot 5T_1 - (2.75\%) \cdot 5 \cdot 11877$ ，共转存五次，可以建立一个等比数列 $\{T_n\}$ 模型：

$T_n = (2.75\%) \cdot 5T_{n-1} - (2.75\%) \cdot 5 \cdot 11877$ ，问题转为求前 n 项和 S_n ，转为等比数列

$T_n - 8122 = 0.1375^{n-1}(T_{n-1} - 8122)$ ，可得 $T_n = 62333.6 \cdot 0.1375^{n-1} + 1893.4, 2 \leq n \leq 4$ ，共存

30 年，则此方式存款总利息为： $S_4 = 62333.6 \cdot (0.1375^2 + 0.1375^3 + 0.1375^1) + 64227 + 3 \cdot 1893.4 = 141990$

同理，若贷款 20 年，每年存 150949 元，连续存五年，到期（五年）得本息 $T_1 = 50949.72 \cdot (1.75\%) + 50949.72 \cdot (2.25\%) \cdot 2 + 50949.72 \cdot (2.75\%) \cdot 3 + (50949.72 \cdot (2.75\%) \cdot 3 + 50949.72) \cdot (1.75\%) + 50949.72 \cdot 5 = 275520$ ，再转存五年，则有 $T_2 = 0.1375T_1 - 0.1375 \cdot 50949$ ，共存 10 年，则存款总利息为 $S_2 = 267397.7 \cdot 0.1375 + 275520 + 3 \cdot 8122 = 336653$

存款利息差值： $\Delta S = 141990 - 336653 = 108337$

贷款利息差值： $\Delta S = (240 \cdot 5235.55 - 800000) - (4245.81 \cdot 360 - 800000) = -271959.6$

“价值”差值： $\Delta S = -271959.6 + 190881 = -163622.6$

结论：贷 30 年比贷 20 年在贷款上多 271959.6，利息上少 108337，贷款 2 方式真正的意义在于存钱备用，更多的闲钱可用于缓解生活压力，改善生活质量，亦或创造更大的价值，未来不可期，幸福在当下。

六、布置作业，巩固知识

同学们课后可以想象，如果将剩余的钱做投资，你会如何选择呢？你能建立相关模型说明这点吗？

七、【知识结构或板书设计】

<p>【正题】贷款周期选择问题</p> <p>一、题文解释</p> <p>二、课题本质（价值）</p> <p>三、解决方案</p> <p>1.</p> <p>2.</p> <p>3.</p>	<p>演示课件</p>	<p>辅助过程</p> <p>1.计算草稿</p> <p>2.名词解释</p> <p>3.其他辅助</p>
--	-------------	---

八、【课后反思】

“兴趣是最好的老师”，在选题方面，我们选择了买房贷款这一个很现实的问题，对于高中生来说，不久的将来也不可避免地面对该问题，基于此，学生的积极性很高。基于课堂有限的 20 分钟和高中学生的学习基础，此次建模活动对学生提前实行了分组，只将问题先抛给学生，课堂集中表述自己小组的解决思路，学生以小组为单位，主动去思考分析，收集数据。

在教学设计方面，我们团队多次开会研讨，开展调查问卷，集思广益制定了四种比较成熟的数学模型，供学生参考。课堂上，赵亚敏老师有效的引导和补充，使得各小组积极主动地展示本小组的研究成果，学生的想法独特而大胆，课堂气氛轻松活跃。从提出问题，到搜集数据，分析问题，最后给出自己的结论，学生敢想，敢做，既锻炼了建模思维，感受到了建模的思想，又增强了应用意识。

初涉数学建模活动，学生想法的针对性不强，有很多需要引导的地方：

(1) 有部分同学考虑的比较多元化，难以量化，没达到建模的目的，最后基本是依靠感性认识选择了 30 年期。所以需要他们认识到，要把握一个主要的考虑因素，对其余因素作出合理假设，在他们能力范围内简化模型，完成建模的过程。

(2) 学生的数据计算和处理还是比较初级的，缺乏图表应用意识，在对收集的数据的整合分析和对一些未来数据的预测上很是不足，还有很多提升的空间。

经过这节数学建模课以后，学生应该会有如下收获：①在如何提出假设，如何处理数据，如何建构模型上有了很多认识，认识到数学建模的内容是很丰富的，很有趣的。②课堂上切实地看到建模过程中涉及到的如回归分析，数列等课本上的理论知识，感受了如何将这些知识应用到模型的解决过程中，真实地感受到“不仅课本里有数学，生活中也有数学”。如此便提升了学生的数学应用意识，让学生领会到“数学可以用在哪里，如何用数学”。

建模是从构想到实施的过程，正如著名教育家第斯多惠所言：没有人能把自己所没有的给予别人，谁要是自己还没有发展培养和教育好，他就不能发展培养和教育别人。我们作为教师更要培养自身的数学建模课堂教学能力。在日常中就应该多多积累与数学有关的实际问题，将数学建模的思想理念渗透到教学中去，打造一个良性循环：学数学-用数学-再学数学。