

# “校服补货方案研究”案例

北京中学 于晓青

## 【案例说明】

### 1. 案例特点

本案例为一名学生在初一下学期自选主题而成。我校在初高中均设有“数学建模”选修课，并建有数学建模社团。学生在参加了数学建模选修课后，开始有意识地观察生活，并尝试运用数学模型解决生活中的真实问题，在社团活动中布置了自主选题撰写建模论文的任务中提交了此文。

本论文的选题源自某学期初，由于初中的孩子身体发育较快，很多学生出现了校服大小不合适的情况，于是通过专门的在线平台找商家补订。商家接到了大量校服补订的订单后缺乏准备，导致库存远远不足以满足订单需求，有的同学甚至下单近3个月了都没有收到新校服，就出现了许多学生穿着不合体的校服上学的情况。基于此，学生想到能否通过建立数学模型，为商家提供有效的库存策略，以满足学生补订校服的需求。

在学生确定研究的选题方向后，教师帮助进一步提炼问题内容，明确需要调研的相关数据。学生通过自主查阅文献确立模型，并在此基础上，对本校不同种类的校服需求进行数据分析。

### 2. 案例意义

**建模学习意义:**这个数学建模的选题源自学生自己关心和熟知的校服补订

问题，这样的现象在日常生活和校园生活中很多，难能可贵的是，该生遇到问题没有抱怨，而是看到了学生校服补订需求没有及时得到满足背后的商家决策困境，进而将之变为一个数学问题开展研究，这是提出问题的一个很好的示范。在模型建立的过程中，选取要调研的数据是一个值得突破的难点，由于校服种类样式繁多，大量的数据需要条理化、有序化的整理和归类，以保障模型结果的全面与有效。此外，查阅文献也是学生建模的必备技能之一，目前关于贮存补货的相关文献较多，可以给学生相关方面的支撑。

**教育意义:**学生在考虑补货策略时，是从商家的角度进行建模分析的，有一个换位思考的过程，学生的这种面对问题的理性态度、积极为解决问题出谋划策的方式非常值得提倡。通过模型分析，感受到商家补货和贮存也需要有成本的投入，理解商家的难处，减少了订不到校服的焦虑情绪。建模的结果具有现实意义，学生将结果反馈给商家后，得到了积极的回应，提升了对数学建模应用价值的体验。

### **3.教学使用建议：**

案例可以如下三种方式在教学中应用：

第一，提供给学生阅读，请学生对案例进行评论，比如，问题的提出，研究过程，方法等，还包括对案例写作的评论，是否有改进建议等，也可以质疑或者提出进一步要研究的问题；

第二，可以只将情境和问题提给学生，请学生以小组为单位提出解决方案并解决，撰写研究报告；

第三，学生的校园生活种有很多类似的问题，可以启发学生提出，比如：社团选修课的开设问题，然后组建研究小组研究解决。

## 【案例内容】

# 关于校服补货方案的研究报告

北京中学 肖瑜玥 武炫辰 段沛原 任子洵

指导教师 李俊平 于晓青

## 一、研究的缘起

此问题的提出源于我们北京中学前些日子校服缺货引发的思考(我们北京中学西坝河校区目前有 6、7、8 三个年级学生,大约 240 人左右)。

其实在我们平时的生活中,一周四天都需要穿校服上学,但是最近随着学校学生人数的增加,订购校服的网站逐渐出现了部分缺货的情况。加上在中学阶段正是处于青春期生长发育迅速的阶段,无论男生还是女生的身高都增长很快,同学们也经常会出现校服丢失和损坏的情况,所以我们需要频繁补订、更换校服,校服的缺货对我们造成了诸多不便。

## 二、研究设计

为了解决校服缺货的问题,我们查找了许多与库存补货相关的资料(见卷尾参考文献),结合资料和我们自己的思路、方法,我们希望利用数学的方法,收集数据,建立关于校服补货量、补货周期的模型,并通过编程计算出最准确,科学的补货方式,以保证既能兼顾商家的利益,并且满足同学每次都能订到合适的校服,以解决校服缺货的问题。

### 三、问题解决

#### 1.问题假设

( 1 ) 初期订货量为  $Q_0$  , 为了满足续订的要求 , 额外多生产件作为备用库存  $Q$  , 以后在每一运营周期的初始时刻进行补充 , 每期补货批量相同 , 均为  $Q$  .

( 2 ) 需求连续均匀 , 需求率 ( 因丢失损坏或变小产生的需求 ) 为一常数  $d$  ;  
那么  $t$  天内需求的件数是  $m=dt$  .

( 3 ) 同学们发现校服缺失了能够马上订货 ;

( 4 ) 当备用库存降至零时 , 可以立即得到补充 , 即一订货就交货 ;

( 5 ) 缺货损失费为无穷大 , 即不允许缺货 ;

( 6 ) 每个订单中每种类型的校服补订数量不超过 1

( 7 ) 一年按照 365 天计算。

#### 2.符号说明

$Q_0$  初期订货量

$Q$  备用库存量

$d$  校服需求率

$t$  天数

$S$  一个运营周期内的储存量

$h$  单位时间内单位货物的存贮费用

$C_h$  一个运营周期内的存贮费

$C_0$  一个运营周期内的订购费

$C_T$  一个运营周期内的运营费

- a 补货固定成本
- c 变动成本
- f 单位时间的平均运营费
- k 学生人数
- p 某种类型校服一年内的补订比例
- $n_0$  校服初始订购量

### 3.校服补货需求情况调查

为了研究校服补货策略，我们从以下几个决策变量入手，进行了问卷调查。

**决策变量：**

(不同种类、尺码)补货周期，(不同种类、尺码的)补货量；

身高变化曲线反映不同尺码校服的补货周期(分性别)；

不同校服的补货比例反映不同校服的补货量；

丢失和损坏的概率反映需缩短补货周期的量；

生产商的利益调整补货周期和每次补货量的大小(总量不变)；

我们共发放并回收了 118 份调查问卷，涵盖 11 岁-16 岁北京中学的学生。

我们得到如下结果：

①55.08%的同学在半年到一年内就需要更换校服，30.51%的同学在一年到两年内需要更换校服；

②不同种类的校服中，夏季的圆领 T 恤和 Polo 衫需求量较高，分别占调查总人数的 50.85%和 48.31%.(具体调研数据可参见附录)

根据以上结果，我们将每种校服购买和补订情况及补订原因进行了交叉分析，如图 1、图 2。

9.您补订的是以下哪种校服[多选题]

X\Y	夏季短袖圆领T恤	夏季短袖POLO衫	夏季短裤	秋季运动外套	秋季长裤	羽绒背心	抓绒外套	抓绒长裤	毛背心
校服变小	50(60.98%)	48(58.54%)	39(47.56%)	33(40.24%)	37(45.12%)	2(2.44%)	12(14.63%)	15(18.29%)	2(2.44%)
丢失或损坏	25(46.30%)	27(50.00%)	21(38.89%)	25(46.30%)	25(46.30%)	4(7.41%)	7(12.96%)	11(20.37%)	2(3.70%)
其他	11(40.74%)	11(40.74%)	6(22.22%)	6(22.22%)	4(14.81%)	3(11.11%)	5(18.52%)	5(18.52%)	3(11.11%)

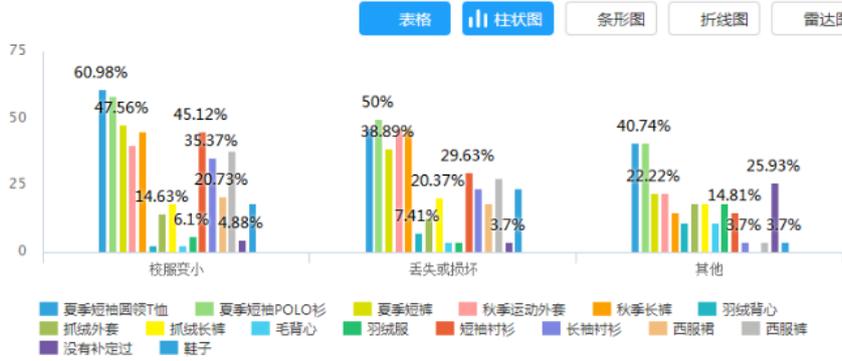


图 1. 不同种类的校服的补订原因

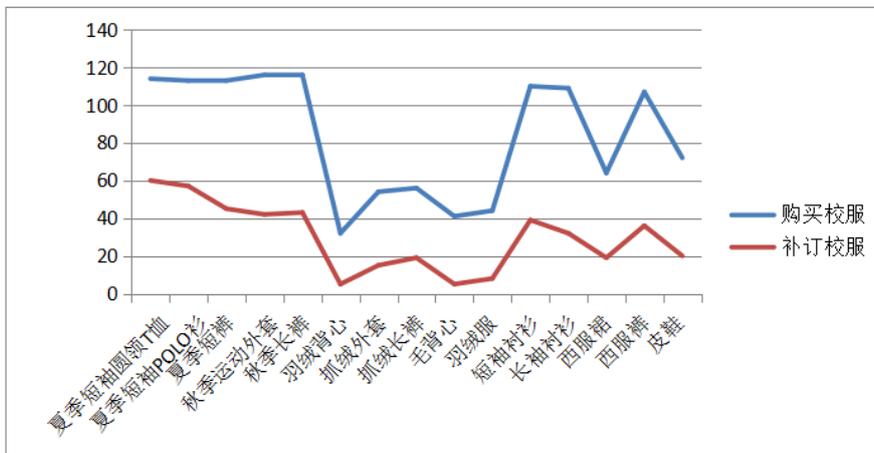


图 2. 不同种类校服初期购买情况和后期补订情况

为了研究不同种类校服的补货策略,我们计算了不同校服的购买情况和补订情况,发现不同校服补货情况是不一样的,比如图 2 中夏季圆领体恤和秋季长裤,订货数量相近,但夏季圆领 T 恤的补订数量却明显高于秋季长裤的补货量。也就是不同种类的校服补货需求是有显著差异的。我们用一年之内补订不同种类校服的数量和订购相应校服的数量相除,得到不同种类校服的补订比例,如图 3 所示:

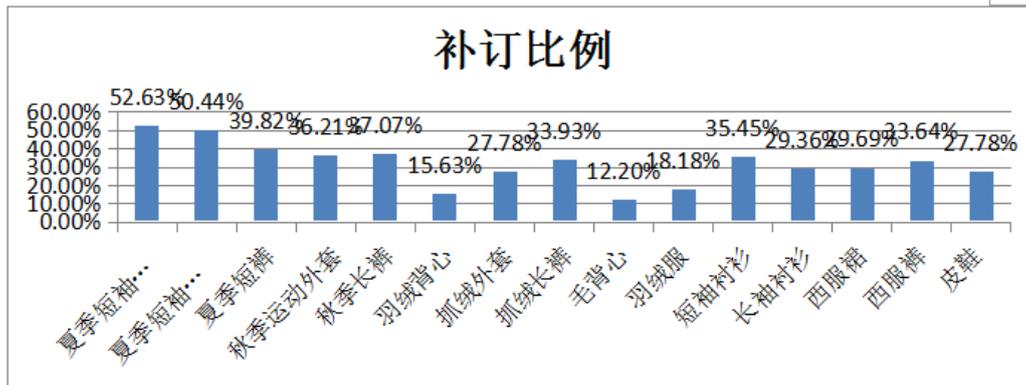


图 3. 不同种类校服的补订比例

#### 4. 建立模型

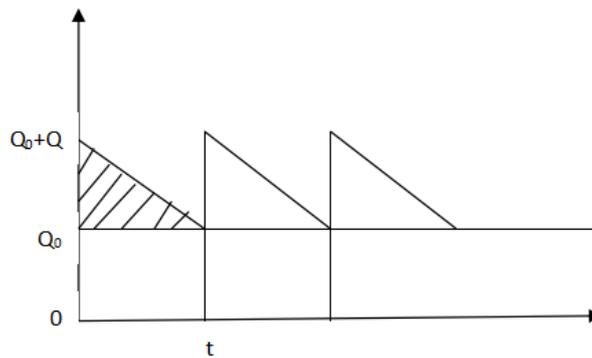


图 4 存贮状态图

由图 4 可知，在  $[0, t]$  时段内（在一个运营周期  $t$  内）的存储量为图中阴影三角形的面积，

$$S = \frac{1}{2}Qt$$

而单位时间内单位货物的存贮费用为  $h$ 。因此，存贮费为

$$C_H = \frac{1}{2}hQt$$

而订购费为

$$C_o = a + cQ$$

其中  $a$  是补货的固定成本， $c$  是变动成本。由于不允许缺货，无缺货费用，故一个周期  $t$  内的运营费用  $C_r$  只包括上述两项，为

$$C_r = C_H + C_o = \frac{1}{2}hQt + a + cQ$$

而单位时间的平均运营费用为

$$f = \frac{C_r}{t} = \frac{1}{2}hQ + \frac{a}{t} + \frac{cQ}{t}$$

式中有  $Q, t$  两个决策变量。因  $Q = dt$ ，故  $t = Q/d$ ，代入上式得

$$f(Q) = \frac{1}{2}hQ + \frac{ad}{Q} + cd$$

我们假设单件校服单位时间 ( 天 ) 的存储费  $h$  为 1 元 ; 单次补货生产的固定费用  $a$  为 500 元 ; 单件校服生产费用  $c$  为 10 元 ; 每种校服单天的需求率  $d$  根据我们的调查数据决定 , 以夏季短袖 T 恤为例 , 一年之内补订的比例  $p=52.63%$  , 假设初次订货量为  $Q_0=1000$  件 , 一年之内需要准备的补货平均数量约为

$$1000 \times 52.63\% = 526 \text{ ( 件 ) ,}$$

$$d = \frac{526}{365} \approx 1.441 \text{ ( 件/天 ) 。}$$

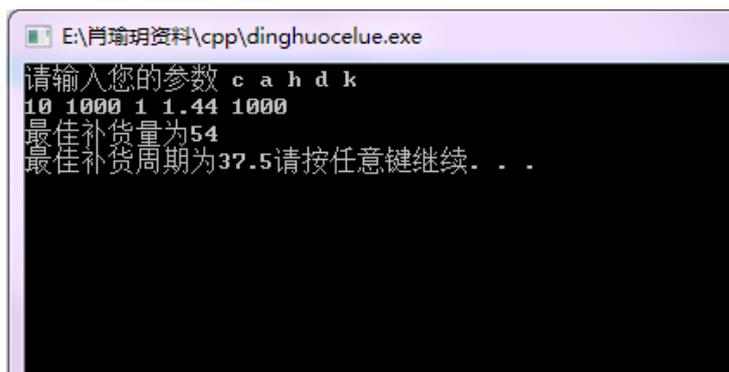
## 5. 模型的求解

由平均运营费的计算公式

$$f(Q) = \frac{1}{2} hQ + \frac{ad}{Q} + cd \quad (1)$$

我们可以知道 , 影响  $f(Q)$  的决策变量只有  $Q$  , 因此只需求出  $Q$  为何值时 , 使得求得的  $f(Q)$  达到最小即可 , 以满足生产商的成本最小的需要。

以夏季短袖 T 恤为例 , 假设补货变动成本 (  $c$  ) 为 10 元 , 固定成本 (  $a$  ) 为 1000 元 , 单位存储费 (  $h$  ) 为 1 元 , 需求率 (  $d$  ) 为 1.44 件/天 , 学生人数 (  $k$  ) 为 1000 人 , 得到最佳补货量为 54 件 , 最佳补货周期为 37.5 天 , 运行结果如图 5 ( 程序代码见附录 ) 。



```
E:\肖瑜玥资料\cpp\dinghuocelue.exe
请输入您的参数 c a h d k
10 1000 1 1.44 1000
最佳补货量为54
最佳补货周期为37.5请按任意键继续. . .
```

图 5 补货模型运行过程

刚才假定需求率  $d$  不变，但是在实际情况中， $d$  是会随校服种类的不同而变化的，对每一类校服可求其需求率为

$$d = \frac{kp}{365} \quad (2)$$

将 (2) 式代入 (1) 式，可得

$$f(Q) = \frac{1}{2} hQ + \frac{akp}{365Q} + cd \quad (3)$$

先根据 (2) 式计算出不同种类校服的需求率  $d$ ，再根据 (3) 式求出分别求出每一类校服的最佳补货量  $Q$  和补货周期  $t$ ，如表 1。

表 1 不同校服的需求率、补货量、补货天数统计表

选项	补订比例 $p$	需求率 $d$	补货量 $Q$ (件)	补货周期 $t$ (天)
夏季短袖圆领 T 恤	52.63%	1.44	54	38
夏季短袖 POLO 衫	50.44%	1.38	53	38
夏季短裤	39.82%	1.09	47	43
秋季运动外套	36.21%	0.99	45	45
秋季长裤	37.07%	1.02	47	43
羽绒背心	15.63%	0.43	29	67
抓绒外套	27.78%	0.76	39	51
抓绒长裤	33.93%	0.93	43	46
毛背心	12.20%	0.33	26	79
羽绒服	18.18%	0.50	32	64
短袖衬衫	35.45%	0.97	45	45
长袖衬衫	29.36%	0.80	40	50
西服裙	29.69%	0.81	40	50
西服裤	33.64%	0.92	43	46
皮鞋	27.78%	0.76	39	51

下面我们再根据调查问卷结果，算出不同尺寸的校服的补订比例，设尺寸  $i$  的初始订购数量为  $n_{0i}$ ，补订数量为  $p_i$ ，尺寸  $i$  的补订比例  $b_i$  为

$$b_i = \frac{p_i}{n_{0i}}$$

$i \in \{140 \text{ 及以下}, 145 - 150, 155 - 160, 165 - 170, 175 - 180, 180 \text{ 及以上}\}$

表 2 不同尺寸的校服补订比例

X\Y	没有补订过	补订一次	补订两次以上	小计	补订人数	补订比例
140 及以下	0(0%)	0(0%)	0(0%)	0	0	0.00%
145-150	1(25%)	2(50%)	1(25%)	4	3	3.09%
155-160	6(30%)	11(55%)	3(15%)	20	14	14.43%
165-170	10(15.15%)	38(57.58%)	18(27.27%)	66	56	57.73%
175-180	3(13.04%)	13(56.52%)	7(30.43%)	23	20	20.62%
180 及以上	1(20%)	3(60%)	1(20%)	5	4	4.12%

最终得到不同校服不同尺寸在一个补货周期的补货量如表 3 所示。

表 3 不同尺寸和种类校服的补货量

种类\尺寸	145-150 3.09%	155-160 14.43%	165-170 57.73%	175-180 20.62%	180 及以上 4.12%	合计
夏季短袖圆领 T 恤	2	8	31	11	2	54
夏季短袖 POLO 衫	2	8	31	11	2	53
夏季短裤	1	7	27	10	2	47
秋季运动外套	1	6	26	9	2	45
秋季长裤	1	7	27	10	2	47
羽绒背心	1	4	17	6	1	29
抓绒外套	1	6	23	8	2	39
抓绒长裤	1	6	25	9	2	43
毛背心	1	4	15	5	1	26
羽绒服	1	5	18	7	1	32
短袖衬衫	1	6	26	9	2	45
长袖衬衫	1	6	23	8	2	40
西服裙	1	6	23	8	2	40
西服裤	1	6	25	9	2	43
皮鞋	1	6	23	8	2	39

#### 四、结论与讨论

我们通过建立补货模型，进行问卷调查获得需要的参数数据，并编写程序解决，最终得到了不同种类不同尺寸校服的补货量和补货时间，可以作为校服厂商

的参考。校服厂商可以根据他们平时校服生产和存储的实际情况调整参数，以得到更准确、具有实用价值的数 据，解决校服缺货的问题。

但是，我们现在建立的模型是在很多理想化的条件之上的。比如需求是均匀的，同学发现校服缺失了能马上订货，而且校服厂商发现备用库存为零了能马上补充，这个是没有考虑生产准备时间的，并且我们的问卷调查人数也不是很充足，数据不够准确，所以我们以后还会根据情况进一步研究更复杂的补货模型。

在这一次的项目研究中，我们成功的完成了一个数学模型的建立——从发现问题，到设计问卷，进行调查，再到分析数据，建立模型，最后再设计程序进行模型求解。研究过程中我们也经历了很多的修改和困难。但在我们团结一致的努力以及老师的帮助下，我们克服了困难，完成了项目的研究。我们充分的感受到了项目研究的不易，并且收获了项目研究的乐趣。

这次项目研究很好的锻炼了我们发现并解决问题、建立模型、统计分析数据等很多能力，在问卷调查中，我们对学校校服供应的情况、学生对校服的需求有了更多的了解。在查找文献的过程中，我们也学到了很多数学、计算机方面的知识，了解了不同类型的存储模型。这些模型的求解需要很多高等数学的知识，而我们用编程的方法解决问题，更加简单易懂，在锻炼我们解决问题能力的同时，也激发了我们的学习兴趣。这些能力都会在我们今后的学习生活中让我们受益匪浅。

感谢在这次研究中参与问卷调查、提供研究思路的所有老师、同学，你们的帮助使我们的课题能够更加完善。相信在以后的项目研究中，我们会做的更好。

**【附录】**

## 1.学生校服补订的调查问卷结果

表 1 校服多长时间因变小需要更换

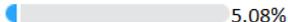
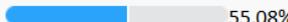
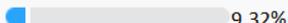
选项	小计	比例
半年以下	6	 5.08%
半年到一年	65	 55.08%
一年到两年	36	 30.51%
两年以上	11	 9.32%
本题有效填写人次	118	

表 2 校服一年之内的补订情况

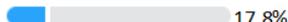
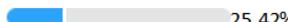
选项	小计	比例
没有补订过	21	 17.8%
补订一次	67	 56.78%
补订两次以上	30	 25.42%
本题有效填写人次	118	

表 3.补订校服的原因（不限一年内）

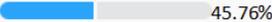
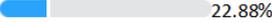
选项	小计	比例
校服变小	82	 69.49%
丢失或损坏	54	 45.76%
其他	27	 22.88%
本题有效填写人次	118	

表 4.校服的一年之内的丢和损坏失情况

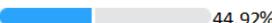
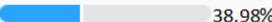
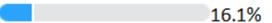
选项	小计	比例
没有丢失或损坏过	53	 44.92%
丢失或损坏一次	46	 38.98%
丢失或损坏两次以上	19	 16.1%
本题有效填写人次	118	

表 5. 不同种类校服的补订情况

选项	小计	比例
夏季短袖圆领T恤	60	50.85%
夏季短袖 POLO 衫	57	48.31%
夏季短裤	45	38.14%
秋季运动外套	42	35.59%
秋季长裤	43	36.44%
羽绒背心	5	4.24%
抓绒外套	15	12.71%
抓绒长裤	19	16.1%
毛背心	5	4.24%
羽绒服	8	6.78%
短袖衬衫	39	33.05%
长袖衬衫	32	27.12%
西服裙	19	16.1%
西服裤	36	30.51%
没有补定过	11	9.32%
鞋子	20	16.95%
本题有效填写人次	118	

## 2.模型求解代码 (语言 c++):

```
#include <iostream>

#include <cstdio>

#include <algorithm>

using namespace std;

int main()

{

    float a,c,h,k,d,minf,minq,t;

    int m,i;

    cout<<"请输入您的参数 c a h d k";

    cin>>c>>a>>h>>d>>k;
```

```
minf=10000;

m=(int)k/d;

for(int q=1;q

{

if (minf>h*q/2+a*d/q+c*d)

{

minf=h*q/2+a*d/q+c*d;

minq=q;

}

}

t=minq/d;

cout<<"最佳补货量为"<

system("pause");

return 0;

}
```